

## תוכן העניינים:

2	הנדסה אנליטית
2	המעגל
2	משוואת המעגל:
2	סיכום כללי:
3	שאלות:
7	תשובות סופיות:
9	נקודה ביחס למעגל:
9	סיכום כללי:
9	שאלות:
9	תשובות סופיות:
10	חיתוך של מעגל עם הצירים:
10	סיכום כללי:
10	שאלות:
11	תשובות סופיות:
12	חיתוך בין מעגל וישר:
12	סיכום כללי:
12	שאלות:
13	תשובות סופיות:
14	משפטים במעגל:
14	סיכום כללי:
15	שאלות:
17	תשובות סופיות:
18	משיק למעגל:
18	סיכום כללי:
18	שאלות:
19	תשובות סופיות:
20	שאלות מסכמות עם מעגלים:
20	סיכום כללי:
20	שאלות:
22	תשובות סופיות:

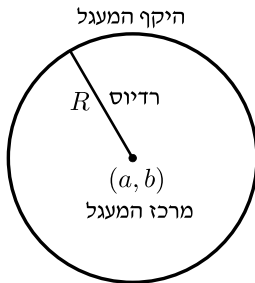
# הנדסה אנליטית

## המעגל

### משוואת המעגל:

סיכום כללי:

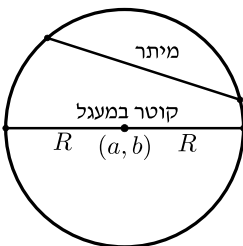
המעגל:



המעגל הוא המקום הגאומטרי (אוסף כל הנקודות) במישור שמרחקן מנקודה קבועה הוא גודל קבועה.

- לנקודה הקבועה קוראים **מרכז המעגל**.
- למרחק הקבוע קוראים **רדיוס המעגל**.

בהנדסת אנליטית נסמן את שיעורי נקודת מרכז המעגל ב- $(a, b)$ .  
 לרוב, מקובל לסמן את נקודת המרכז באות  $M$ , כלומר:  $M(a, b)$ .  
 את רדיוס המעגל נסמן ב- $R$ .



מושגים נוספים במעגל:

- מיתר - קטע המחבר שתי נקודות שעל המעגל.
- קוטר - מיתר העובר דרך מרכז המעגל.

משוואת מעגל:

משוואת מעגל שמרכזו בנקודה  $(a, b)$  ורדיוסו  $R$  היא:  $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$ .

המעגל הקנוני:

מעגל שמרכזו נמצא בראשית הצירים, כלומר:  $M(0, 0)$  ורדיוסו  $R$  נקרא **מעגל קנוני**.  
 במקרה זה משוואת המעגל תהיה:  $x^2 + y^2 = R^2$ .

**מעגל המשיק לציר ה- $x$  :**

במעגל שמרכזו בנקודה  $(a,b)$  המשיק לציר ה- $x$ , נקודה ההשקה היא  $(a,0)$  ורדיוסו  $R = |b|$ .

**מעגל המשיק לציר ה- $y$  :**

במעגל שמרכזו בנקודה  $(a,b)$  המשיק לציר ה- $y$ , נקודת ההשקה היא  $(0,b)$  ורדיוסו  $R = |a|$ .

**מעגל המשני לשני הצירים :**

במעגל המשיק לשני הצירים לעולם יתקיים :  $R = |a| = |b|$ .

נקודות ההשקה של מעגל כזה תהיינה :  $(a,0)$  ו-  $(0,b)$ .

**שאלות :**

**שאלות בכתיבת משוואת מעגל ומציאת פרמטרי המעגל :**

**(1)** מצא את משוואתו של מעגל שמרכזו בנקודה  $M$  ורדיוסו הוא  $R$ .

א.  $M(4,-2)$ ,  $R=5$       ב.  $M(0,6)$ ,  $R=3$

ג.  $M(4,4)$ ,  $R=12$       ד.  $M(-1,-7)$ ,  $R=15$

ה.  $M(0,0)$ ,  $R=\sqrt{20}$       ו.  $M(-6,3)$ ,  $R=\sqrt{45}$

ז.  $M(3,1)$ ,  $R=4.5$       ח.  $M\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{5}\right)$ ,  $R=9.5$

**(2)** מצא את רדיוס המעגל ואת מרכזו בכל מקרה :

א.  $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 36$       ב.  $(x+10)^2 + (y-10)^2 = 81$

ג.  $(x-8)^2 + (y-2)^2 = 1$       ד.  $x^2 + (y+5)^2 = 169$

ה.  $(x-4)^2 + (y-5)^2 = 50$       ו.  $(x-0.5)^2 + (y+3.5)^2 = 117$

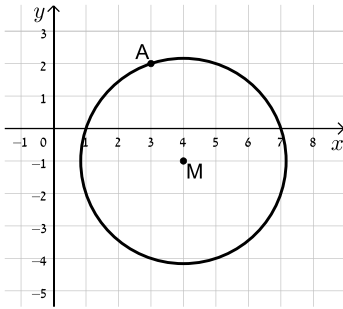
ז.  $\left(x-2\frac{1}{2}\right)^2 + \left(y+3\frac{1}{2}\right)^2 = 12\frac{1}{4}$       ח.  $(x+4)^2 + y^2 = \frac{9}{16}$

3 מצא את משוואתו של מעגל שמרכזו בראשית הצירים ורדיוסו הוא :

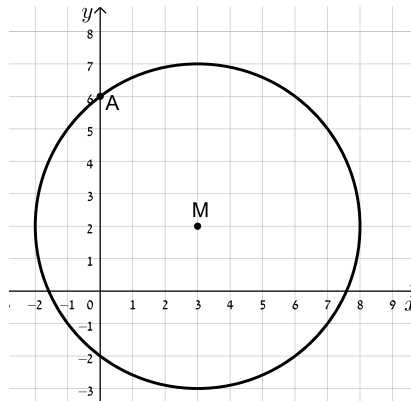
- א.  $R=4$     ב.  $R=6$     ג.  $R=\sqrt{37}$     ד.  $R=\frac{5}{6}$

4 כתוב את משוואות המעגלים הבאות :

ב.



א.



5 מצא את משוואתו של מעגל שמרכזו בראשית הצירים והוא עובר בנקודה  $(3, -4)$ .

6 מצא את משוואתו של מעגל שמרכזו בנקודה  $(-3, 2)$  והוא עובר בנקודה  $(1, -2)$ .

7 מצא את משוואתו של מעגל שמרכזו בנקודה  $(-1, -5)$  והוא חותך את ציר ה- $x$  בנקודה שבה  $x=3$ .

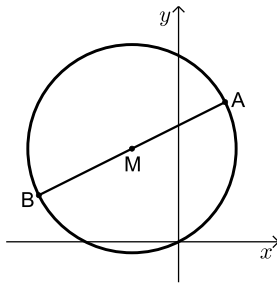
8 מצא את משוואתו של מעגל שמרכזו בנקודה  $(6, 2)$  והוא חותך את ציר ה- $y$  בנקודה שבה  $y=20$ .

9 מצא את משוואת המעגל שמרכזו נמצא על ציר ה- $x$  בנקודה שבה  $x=-4$  והוא חותך את ציר ה- $y$  בנקודה שבה  $y=2\frac{1}{2}$ .

10 מצא את משוואת המעגל שקצות הקוטר שלו הן זוגות הנקודות הבאות :

א.  $(3, -4)$  ו- $(5, 2)$ .

ב.  $(0, 2)$  ו- $(-7, -1)$ .



11 הנקודה M היא מרכז המעגל  $(x+2)^2 + (y-4)^2 = 20$ .

הנקודה A (2,6) נמצאת על המעגל.

א. רשום את שיעורי הנקודה M.

ב. מצא את שיעורי הנקודה B כך שהקטע AB יהיה קוטר במעגל.

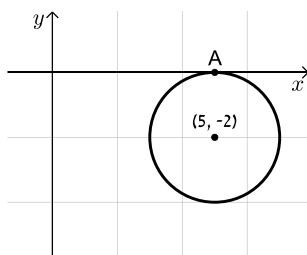
שאלות עם מעגלים המשיקים לצירים:

12 לפניך מעגלים המשיקים לציר ה-x בנקודה A, מרכזי המעגלים נתונים בסרטוט. בכל אחד מהמקרים הבאים:

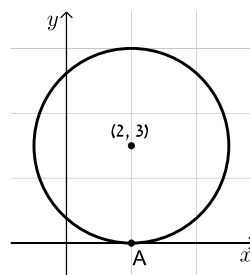
א. מצא את שיעורי נקודת ההשקה A.

ב. מצא את רדיוס המעגל.

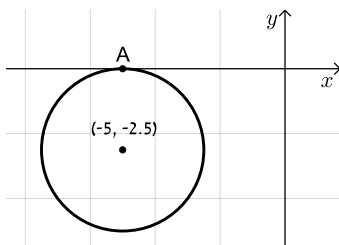
ג. כתוב את משוואת המעגל.



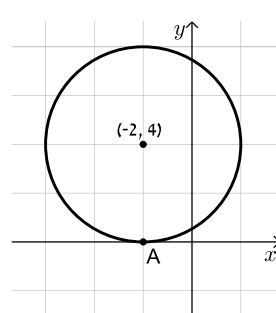
(2)



(1)



(4)



(3)

13 מעגל שמרכזו בנקודה (5,4) משיק לציר ה-x.

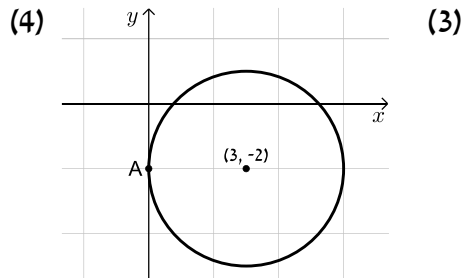
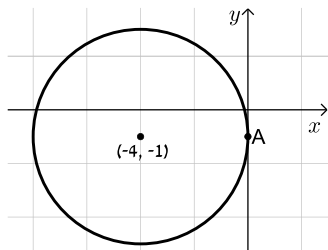
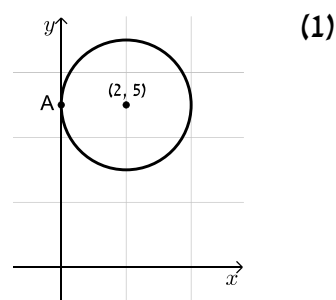
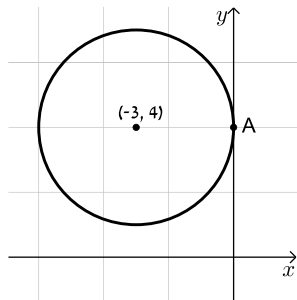
א. מצא את נקודת ההשקה.

ב. מצא את רדיוס המעגל.

ג. כתוב את משוואת המעגל.

14) לפיך מעגלים המשיקים לציר ה- $y$  בנקודה  $A$ , מרכזי המעגלים נתונים בסרטוט. בכל אחד מהמקרים הבאים:

- מצא את שיעורי נקודת ההשקה  $A$ .
- מצא את רדיוס המעגל.
- כתוב את משוואת המעגל.



15) מעגל שמרכזו בנקודה  $(-4, 6)$  משיק לציר ה- $y$ .

- מצא את נקודת ההשקה.
- מצא את רדיוס המעגל.
- כתוב את משוואת המעגל.

16) מצא את משוואת המעגלים המשיקים לשני הצירים ומרכזם הוא:

- א.  $M(2, 2)$     ב.  $M(-6, -6)$     ג.  $M(5, -5)$     ד.  $M(-3, 3)$

**תשובות סופיות:**

- |  |   |
|--|---|
| <p>ב. <math>x^2 + (y-6)^2 = 9</math></p> <p>ד. <math>(x+1)^2 + (y+7)^2 = 225</math></p> <p>ו. <math>(x+6)^2 + (y-3)^2 = 45</math></p> <p>ח. <math>\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + \left(y - \frac{2}{5}\right)^2 = 90\frac{1}{4}</math></p> <p>ב. <math>R=9</math> , <math>M(-10,10)</math></p> <p>ד. <math>R=13</math> , <math>M(0,-5)</math></p> <p>ו. <math>R=\sqrt{117} \approx 10.81</math> , <math>M(0.5,-3.5)</math></p> <p>ח. <math>R=\frac{3}{4}</math> , <math>M(-4,0)</math></p> <p>ב. <math>x^2 + y^2 = 36</math></p> <p>ד. <math>x^2 + y^2 = \frac{25}{36}</math></p> <p>ב. <math>(x-4)^2 + (y+1)^2 = 10</math></p> <p>ב. <math>(x+3.5)^2 + (y+0.5)^2 = 14.5</math></p> <p>ב. <math>B(-6,2)</math></p> <p>ג. <math>(x-2)^2 + (y-3)^2 = 9</math></p> <p>ג. <math>(x-5)^2 + (y+2)^2 = 4</math></p> <p>ג. <math>(x+2)^2 + (y-4)^2 = 16</math></p> <p>ג. <math>(x+5)^2 + (y+2.5)^2 = 6.25</math></p> <p>ג. <math>(x-5)^2 + (y-4)^2 = 16</math></p> | <p>א. <math>(x-4)^2 + (y+2)^2 = 25</math> (1)</p> <p>ג. <math>(x-4)^2 + (y-4)^2 = 144</math></p> <p>ה. <math>x^2 + y^2 = 20</math></p> <p>ט. <math>(x-3)^2 + (y-1)^2 = 20\frac{1}{4}</math></p> <p>א. <math>R=6</math> , <math>M(2,-3)</math> (2)</p> <p>ג. <math>R=1</math> , <math>M(8,2)</math></p> <p>ה. <math>R=7.07</math> , <math>M(4,5)</math></p> <p>ט. <math>R=3\frac{1}{2}</math> , <math>M\left(2\frac{1}{2}, -3\frac{1}{2}\right)</math></p> <p>א. <math>x^2 + y^2 = 16</math> (3)</p> <p>ג. <math>x^2 + y^2 = 37</math></p> <p>א. <math>(x-3)^2 + (y-2)^2 = 25</math> (4)</p> <p>א. <math>x^2 + y^2 = 25</math> (5)</p> <p>ב. <math>(x+3)^2 + (y-2)^2 = 32</math> (6)</p> <p>ב. <math>(x+1)^2 + (y+5)^2 = 41</math> (7)</p> <p>ב. <math>(x-6)^2 + (y-2)^2 = 360</math> (8)</p> <p>ב. <math>(x+4)^2 + y^2 = 22\frac{1}{4}</math> (9)</p> <p>א. <math>(x-4)^2 + (y+1)^2 = 10</math> (10)</p> <p>א. <math>M(-2,4)</math> (11)</p> <p>א. <math>A(2,0)</math> (1) (12)</p> <p>א. <math>A(5,0)</math> (2)</p> <p>א. <math>A(-2,0)</math> (3)</p> <p>א. <math>A(-5,0)</math> (4)</p> <p>א. <math>(5,0)</math> (13)</p> |
|--|---|

$(x-2)^2 + (y-5)^2 = 4$ .ג	$R=2$ .ג	$A(0,5)$ .נ (1) <b>(14)</b>
$(x+3)^2 + (y-4)^2 = 9$ .ג	$R=3$ .ג	$A(0,4)$ .נ (2)
$(x-3)^2 + (y+2)^2 = 9$ .ג	$R=3$ .ג	$A(0,-2)$ .נ (3)
$(x+4)^2 + (y+1)^2 = 16$ .ג	$R=4$ .ג	$A(0,-1)$ .נ (4)
$(x+4)^2 + (y-6)^2 = 16$ .ג	$R=4$ .ג	$(0,6)$ .נ <b>(15)</b>
$(x+6)^2 + (y+6)^2 = 36$ .ג		$(x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$ .נ <b>(16)</b>
$(x+3)^2 + (y-3)^2 = 9$ .ג		$(x-5)^2 + (y+5)^2 = 25$ .ג



## נקודה ביחס למעגל:

### סיכום כללי:

נתון מעגל שמרכזו בנקודה  $(a, b)$  ורדיוסו  $R$  אשר משוואתו:  $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$ .  
ונתונה נקודה  $(x_1, y_1)$ . נציב את  $(x_1, y_1)$  באגף שמאל של משוואת המעגל ונקבל מספר.

- אם המספר גדול מ- $R^2$ , כלומר:  $(x_1 - a)^2 + (y_1 - b)^2 > R^2$  אז הנקודה מחוץ למעגל.
- אם המספר שווה ל- $R^2$ , כלומר:  $(x_1 - a)^2 + (y_1 - b)^2 = R^2$  אז הנקודה על המעגל.
- אם המספר קטן מ- $R^2$ , כלומר:  $(x_1 - a)^2 + (y_1 - b)^2 < R^2$  אז הנקודה בתוך המעגל.

### שאלות:

1 נתונה משוואת המעגל הבאה:  $(x-3)^2 + (y+4)^2 = 25$ .

- א. האם הנקודה  $(2, -7)$  על המעגל?  
 ב. האם הנקודה  $(0, -9)$  על המעגל?  
 ג. האם המעגל עובר בראשית הצירים?

2 נתונה משוואת המעגל:  $x^2 + y^2 = 10$ .

קבע אלו מבין הנקודות הבאות נמצאות על המעגל, בתוך המעגל, מחוץ למעגל:

א.  $(1, 3)$     ב.  $(0, 5)$     ג.  $(-3, \frac{1}{2})$     ד.  $(-2, \sqrt{6})$ .

3 נתונה משוואת המעגל:  $(x-7)^2 + (y+4)^2 = 80$ .

קבע אלו מבין הנקודות הבאות נמצאות על המעגל, בתוך המעגל, מחוץ למעגל:

א.  $(6, -3)$     ב.  $(-2, 1)$     ג.  $(-1, 0)$   
 ד.  $(11, 4)$     ה.  $(10, -2)$     ו.  $(-7, 6)$

### תשובות סופיות:

- 1 א. לא    ב. לא    ג. כן  
 2 א. על המעגל.    ב. מחוץ למעגל.    ג. בתוך המעגל.    ד. על המעגל.  
 3 א. בתוך המעגל.    ב. מחוץ למעגל.    ג. על המעגל.  
 ד. על המעגל.    ה. בתוך המעגל.    ו. מחוץ למעגל.

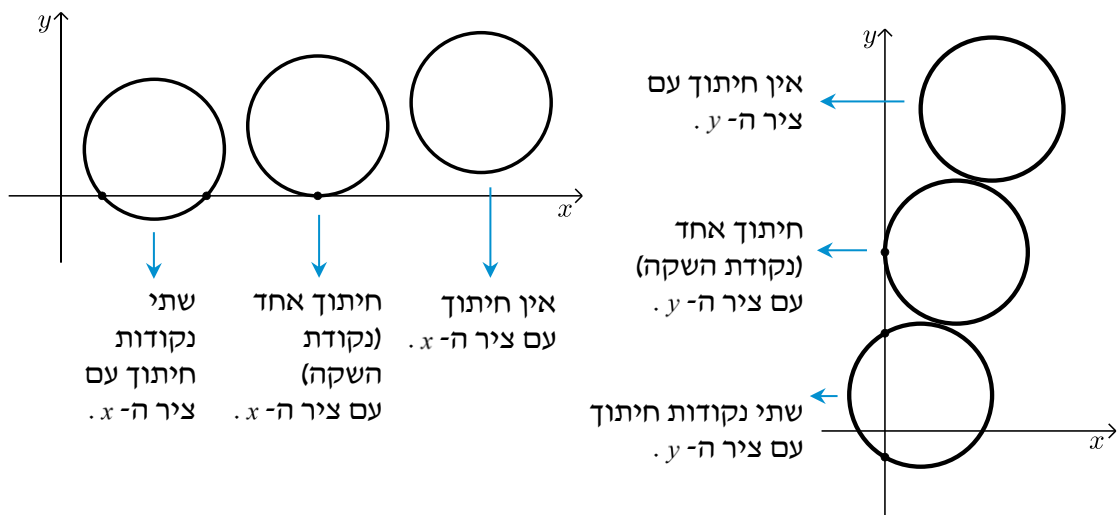
## חיתוך של מעגל עם הצירים:

### סיכום כללי:

מעגל יכול לחתוך את ציר ה- $x$  בשתי נקודות, בנקודה אחת או לא לחתוך אותו כלל.  
מעגל יכול לחתוך את ציר ה- $y$  בשתי נקודות, בנקודה אחת או לא לחתוך אותו כלל.

- כדי למצוא את נקודות החיתוך של מעגל עם ציר ה- $x$  נציב  $y = 0$ .
- כדי למצוא את נקודות החיתוך של מעגל עם ציר ה- $y$  נציב  $x = 0$ .

### איורים ומצבים שבין מעגל והצירים:



### שאלות:

1) מצא את נקודות החיתוך של כל אחד מהמעגלים הבאים עם הצירים.

א.  $x^2 + y^2 = 100$

ב.  $(x-4)^2 + (y+1)^2 = 65$

ג.  $(x-7)^2 + (y-5)^2 = 34$

ד.  $(x+7)^2 + (y+9)^2 = 47$

2) נתונה משוואת המעגל הבאה:  $(x+5)^2 + (y-1)^2 = 1$

א. מצא את נקודות החיתוך של המעגל עם ציר ה- $x$ .

ב. הראה כי המעגל לא חותך את ציר ה- $y$ .

ג. צייר במערכת צירים ציור מקורב של המעגל.

3) הראה כי המעגל שמשוואתו  $(x-5)^2 + (y+7)^2 = 4$  אינו חותך את הצירים כלל.

4) נתון מעגל שמרכזו בנקודה  $(-3,3)$  והוא משיק לציר ה- $x$ .

א. מצא את משוואת המעגל.

ב. האם המעגל חותך את ציר ה- $y$ ? נמק.

5) נתון מעגל שמרכזו בנקודה  $(-2,5)$  והוא משיק לציר ה- $y$ .

א. מצא את משוואת המעגל.

ב. האם המעגל חותך את ציר ה- $x$ ? נמק.

### תשובות סופיות:

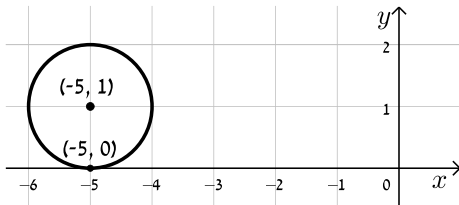
1) א.  $(10,0)$ ,  $(-10,0)$ ,  $(0,10)$ ,  $(0,-10)$ .

ב.  $(-4,0)$ ,  $(12,0)$ ,  $(0,6)$ ,  $(0,-8)$ .

ג.  $(4,0)$ ,  $(10,0)$ .

ד. אין חיתוכים עם הצירים כלל.

2) א.  $(-5,0)$  ב. הוכחה. ג. להלן איור:



3) הוכחה.

ב. המעגל משיק לציר ה- $y$  ב- $(0,3)$ .

4) א.  $(x+3)^2 + (y-3)^2 = 9$

ב. לא.

5) א.  $(x+2)^2 + (y-5)^2 = 4$

## חיתוך בין מעגל וישר:

### סיכום כללי:

ישנם שלושה מצבים הדדיים בין ישר ומעגל:

הישר והמעגל לא נחתכים כלל	הישר והמעגל נחתכים בנקודה אחת בלבד (השקה)	הישר והמעגל נחתכים בשתי נקודות שונות
		

כדי למצוא את נקודות החיתוך יש לחבר מערכת של שתי משוואות עם שני נעלמים. המשוואות תהיינה: (1) משוואת המעגל. (2) משוואת הישר.

### הערה:

במקרה של ישר המקביל לצירים, כל ההתייחסות זהה לחלוטין. יש להציב את ערך הישר במשוואת המעגל ולפתור משוואה ריבועית עבור המשתנה השני.

### שאלות:

1 מצא את נקודות החיתוך (במידה וישנן) של כל אחד מן המעגלים הבאים עם הישר המופיע לידו.

א. המעגל:  $x^2 + y^2 = 80$  והישר:  $y = 2x$ .

ב. המעגל:  $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 40$  והישר:  $y = 3x$ .

ג. המעגל:  $(x-1)^2 + (y+13)^2 = 153$  והישר:  $y = -\frac{1}{4}x$ .

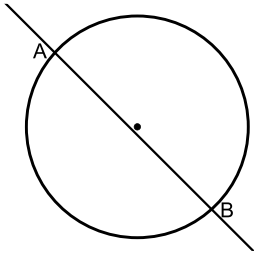
2 מצא את נקודות החיתוך (במידה וישנן) של כל אחד מן המעגלים הבאים עם הישר המופיע לידו.

א. המעגל:  $x^2 + y^2 = 85$  והישר:  $y = 2x - 5$ .

ב. המעגל:  $(x-6)^2 + (y-3)^2 = 10$  והישר:  $y = 2x - 4$ .

ג. המעגל:  $x^2 + y^2 = 40$  והישר:  $y = -3x + 20$ .

ד. המעגל:  $x^2 + y^2 = 1$  והישר:  $y = 2x + 4$ .



3) המעגל  $(x-4)^2 + (y-5)^2 = 181$  חותך

את הישר  $y = -x + 8$  בנקודות A ו-B.

א. מצא את נקודות החיתוך של המעגל עם הישר.

ב. מצא את אורך המיתר AB.

4) מצא את נקודות החיתוך של המעגלים הבאים עם הישרים שלידם:

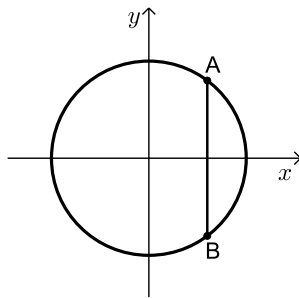
א. המעגל:  $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 26$  והישר:  $x = 3$ .

ב. המעגל:  $(x+12)^2 + y^2 = 53$  והישר:  $x = -5$ .

ג. המעגל:  $(x-6)^2 + (y-5)^2 = 73$  והישר:  $y = 8$ .

ד. המעגל:  $(x+1)^2 + (y-4)^2 = 49$  והישר:  $y = -3$ .

ה. המעגל:  $(x+3)^2 + (y-21)^2 = 36$  והישר:  $x = 5$ .



5) נתון המעגל:  $x^2 + y^2 = 625$ .

הנקודות A ו-B מונחות על היקף המעגל

כך שהקטע AB מקביל לציר ה-y.

שיעור ה-x של הנקודה A הוא 15

והיא נמצאת ברביע הראשון.

א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.

ב. חשב את אורך הקטע AB.

### תשובות סופיות:

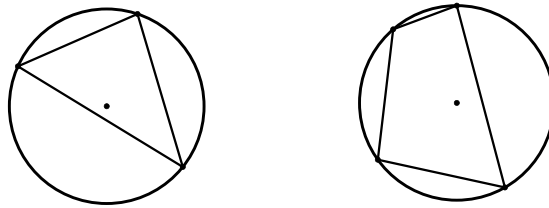
- 1) א.  $(4,8)$ ,  $(-4,-8)$       ב.  $(3,9)$ ,  $(-1,-3)$       ג.  $(4,-1)$
- 2) א.  $(6,7)$ ,  $(-2,-9)$       ב.  $(5,6)$ ,  $(3,2)$       ג.  $(6,2)$       ד. אין.
- 3) א.  $(13,-5)$ ,  $(-6,14)$       ב.  $26.87$  יח"א  $\approx \sqrt{722}$       ג.  $AB = \sqrt{722}$
- 4) א.  $(3,-6)$ ,  $(3,4)$       ב.  $(-5,2)$       ג.  $(14,8)$ ,  $(-2,8)$
- ה. אין      ד.  $(-1,-3)$
- 5) א.  $A(15,20)$ ,  $B(15,-20)$       ב.  $40$  יח"א  $= AB$

## משפטים במעגל:

### סיכום כללי:

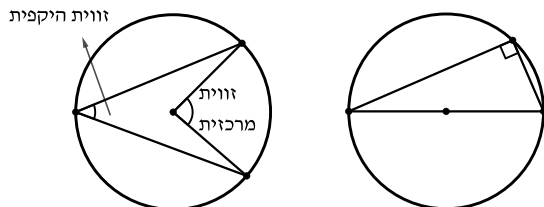
#### מעגל החוסם מצולע (משולש או מרובע):

מצולע החסום במעגל הוא כזה שכל קודקודיו נמצאים על היקף המעגל.  
דוגמאות:



#### זוויות במעגל:

זווית מרכזית - זווית שקודקודה במרכז המעגל ושוקיה הם רדיוסים.  
זווית היקפית - שקודקודה נמצא על היקף המעגל ושוקיה הם מיתרים.



#### משפט:

זווית היקפית הנשענת על קוטר היא ישרה.

#### מרובעים החסומים במעגל:

כדי שניתן יהיה לחסום מרובע במעגל, סכום הזוויות הנגדיות שלו צריכות להשלים ל- $180^\circ$ .  
מרובע שניתן לחסום במעגל נקרא **מרובע ברי-חסימה**.  
**מרובעים ברי חסימה: מלבן, ריבוע, טרפז שווה-שוקיים.**

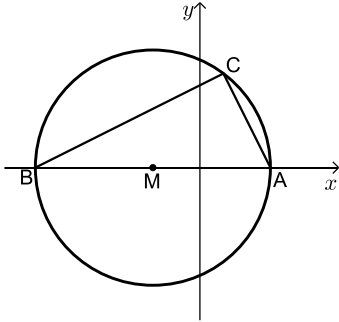
#### משפט:

מרכז המעגל החוסם מלבן נמצא בנקודת מפגש האלכסונים שלו.

**שאלות:**

**שאלות עם משולש ישר זווית וזווית ישרה הנשענת על קוטר:**

- (1) הנקודות A ו-B נמצאות על ציר ה- $x$  כך ש-AB הוא קוטר במעגל שמרכזו בנקודה  $M(-4,0)$ . קוטר המעגל הוא 20 יחידות.

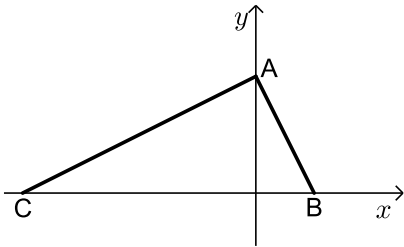


- מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.
- כתוב את משוואת המעגל.
- היא נקודה ברביע הראשון ושיעור ה- $x$  שלה הוא 2. מצא את שיעורי הנקודה C.
- הוכח כי המשולש ABC הוא ישר זווית.

- (2) באיור שלפניך נתון משולש שקודקדיו

הם:  $A(0,8)$ ,  $B(4,0)$ ,  $C(-16,0)$ .

- הוכח כי המשולש הוא ישר זווית.
- כתוב את משוואת המעגל החוסם את המשולש.

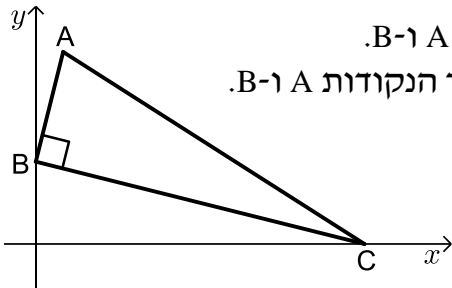


- (3) נתונות שתי נקודות  $A(1,7)$ ,  $B(0,3)$

- מצא את שיפוע הישר העובר דרך הנקודות A ו-B.
- מהנקודה B מעבירים אנך לישר העובר דרך הנקודות A ו-B. מצא את משוואת האנך.

- האנך שאת משוואתו מצאת בסעיף הקודם חותך את ציר ה- $x$  בנקודה C. מצא את שיעורי הנקודה C.

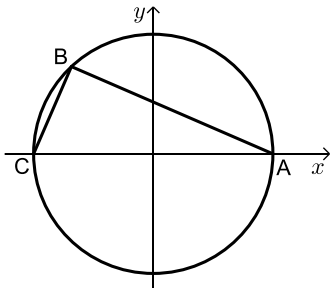
- מצא את מרכזו של מעגל שבו הקטע AC הוא קוטרו.
- מצא את רדיוס המעגל.
- כתוב את משוואת המעגל.

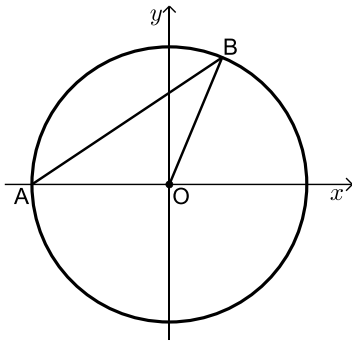


**שאלות הכוללות חישובי שטחים עם משולשים:**

- (4) המעגל  $x^2 + y^2 = 289$  חותך את ציר ה- $x$  בנקודות A ו-C.

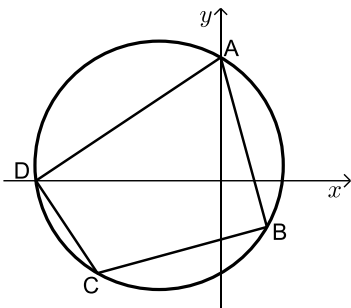
- מצא את שיעורי הנקודות A ו-C (ראה איור).
- הנקודה B נמצאת על היקף המעגל ברביע השני. שיעור ה- $x$  של הנקודה B הוא -15. מצא את שיעור ה- $y$  של הנקודה B.
- חשב את שטח המשולש ABC.



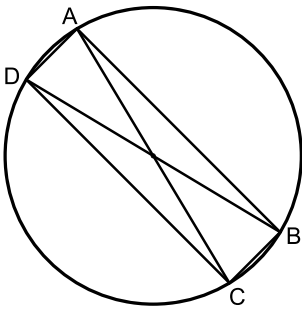


- 5 נתון המעגל  $x^2 + y^2 = 169$  שמרכזו בראשית הצירים O. הנקודה A היא נקודת החיתוך של המעגל עם חלקו השלילי של ציר ה-x והנקודה B נמצאת על המעגל ברביע הראשון כך ששיעור ה-x שלה הוא 5.
- מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.
  - חשב את שטח המשולש ABO.
  - האם המשולש ABO הוא שווה שוקיים? נמק.

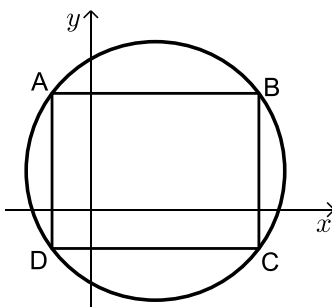
**שאלות עם מרובעים:**



- 6 נתון מעגל שמשוואתו:  $(x+4)^2 + (y-1)^2 = 65$ . המעגל חותך את חלקו החיובי של ציר ה-y בנקודה A ואת חלקו השלילי של ציר ה-x בנקודה D. שיעור ה-x של הנקודה B הוא 3 והיא נמצאת ברביע הרביעי. שיעור ה-y של הנקודה C הוא -6 והיא נמצאת ברביע השלישי.
- מצא את שיעורי הנקודות A, B, C ו-D.
  - חשב את היקף המרובע ABCD.

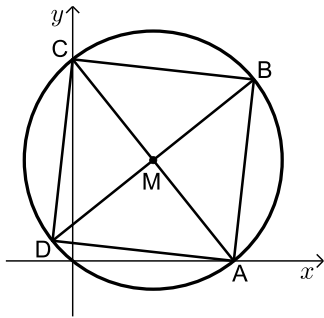


- 7 נתון מלבן ABCD ובו A(1,1) ו-C(7,-9).
- מצא את נקודת מפגש האלכסונים במלבן.
  - מצא את משוואת המעגל החוסם את המלבן.



- 8 נתון מעגל שמשוואתו:  $(x-5)^2 + (y-3)^2 = R^2$ . במעגל חסום מלבן שצלעותיו מקבילות לצירים. נתון: A(-3,9).
- מצא את רדיוס המעגל.
  - כתוב את משוואת המעגל.
  - מצא את שיעורי הקודקודים B, C ו-D.
  - חשב את היקף ושטח המלבן ABCD.





9 נתון ריבוע ABCD החסום במעגל שמרכזו בנקודה M.

$$y = -\frac{5}{4}x + 10 \text{ האלכסון AC מונח על הישר}$$

כאשר הנקודה A היא החיתוך של הישר עם ציר ה-x והנקודה C היא החיתוך של הישר עם ציר ה-y.

א. מצא את שיעורי הקודקודים A ו-C.

ב. (1) מצא את שיעורי מרכז המעגל M.

(2) כתוב את משוואת המעגל החוסם את הריבוע.

ג. כתוב את משוואת האלכסון BD.

ד. מצא את שיעורי הקודקודים B ו-D.

ה. חשב את שטח הריבוע ABCD.

### תשובות סופיות:

1 א.  $A(6,0)$ ,  $B(-14,0)$     ב.  $(x+4)^2 + y^2 = 100$     ג.  $C(2,8)$

ד.  $m_{AC} \cdot m_{BC} = -1$

2 א. הוכחה.    ב.  $(x+6)^2 + y^2 = 100$

3 א. (1)  $m_{AB} = 4$     א. (2)  $y = -\frac{1}{4}x + 3$     ב.  $C(12,0)$

ג. (1)  $M(6.5, 3.5)$     ג. (2)  $R = \sqrt{42.5} \approx 6.51$  יח"א

ג. (3)  $(x-6.5)^2 + (y-3.5)^2 = 42.5$

4 א.  $A(17,0)$ ,  $C(-17,0)$     ב.  $y_B = 8$     ג.  $S_{ABC} = 136$  יח"ש

5 א.  $A(-13,0)$ ,  $B(5,12)$     ב.  $S_{ABO} = 78$  יח"ש    ג. כן.

6 א.  $A(0,8)$ ,  $B(3,-3)$ ,  $C(-8,-6)$ ,  $D(-12,0)$     ב.  $P_{ABCD} = 44.44$  יח"א

7 א.  $(4,-4)$     ב.  $(x-4)^2 + (y+4)^2 = 34$

8 א. (1)  $R = 10$     א. (2)  $(x-5)^2 + (y-3)^2 = 100$

ב.  $B(13,9)$ ,  $C(13,-3)$ ,  $D(-3,-3)$

ג.  $S_{ABCD} = 192$  יח"ש,  $P_{ABCD} = 56$  יח"א

9 א.  $A(8,0)$ ,  $C(0,10)$     ב. (1)  $M(4,5)$     ב. (2)  $(x-4)^2 + (y-5)^2 = 41$

ג.  $BD: y = \frac{4}{5}x + 1\frac{4}{5}$     ד.  $B(9,9)$ ,  $D(-1,1)$     ה.  $S_{ABCD} = 82$  יח"ש

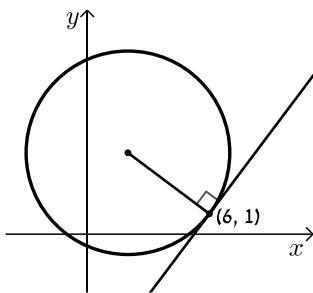
## משיק למעגל:

סיכום כללי:

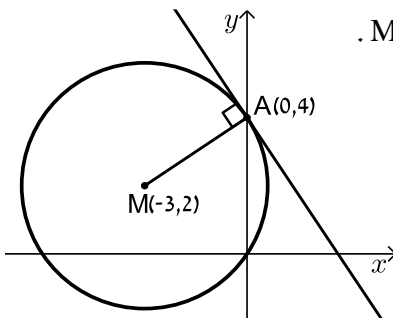
משפט:

משיק ורדיוס בנקודת ההשקה מאונכים זה לזה.

שאלות:



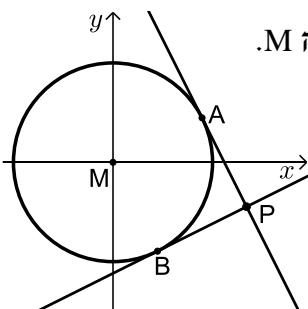
- (1) נתון המעגל שמשוואתו:  $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 25$ . מצא את משוואת המשיק למעגל בנקודה  $(6,1)$ .



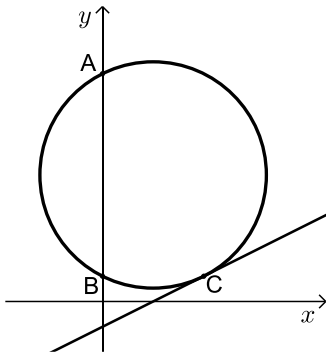
- (2) הנקודה  $A(0,4)$  נמצאת על היקף מעגל שמרכזו  $M(-3,2)$ .  
 א. מצא את משוואת המעגל.  
 ב. מצא את שיפוע הרדיוס  $MA$ .  
 ג. מצא את משוואת המשיק למעגל בנקודה  $A$ .

- (3) נתון מעגל שמרכזו  $M$  ומשוואתו  $(x-7)^2 + (y+2)^2 = 45$ . משוואת המשיק למעגל בנקודה  $A$  היא  $y = -\frac{1}{2}x + 9$ .

- א. מצא את משוואת הרדיוס  $MA$ .  
 ב. מצא את שיעורי נקודת ההשקה  $A$ .



- (4) מרכזו של מעגל  $x^2 + y^2 = 80$  נמצא בראשית הצירים בנקודה  $M$ . בנקודות  $A(8,4)$  ו- $B(4,-8)$  מעבירים משיקים למעגל.  
 א. מצא את משוואות המשיקים.  
 ב. מצא את נקודת החיתוך של המשיקים  $P$ .



- 5 נתון המעגל:  $(x-2)^2 + (y-5)^2 = 20$ .  
 המעגל חותך את ציר ה- $y$  בנקודות A ו-B.  
 א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.  
 ב. הישר  $y = \frac{1}{2}x - 1$  משיק למעגל הנתון בנקודה C.  
 מצא את השיעורים של נקודת ההשקה C.  
 ג. הראה כי AC הוא קוטר במעגל.

### תשובות סופיות:

- 1  $y = \frac{4}{3}x - 7$  א  
 2  $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 13$  א.  $m = \frac{2}{3}$  ב.  $y = -\frac{3}{2}x + 4$  ג.  
 3  $y = 2x - 16$  א. ב.  $A(10, 4)$   
 4  $y = \frac{1}{2}x - 10$  ;  $y = -2x + 20$  א. ב.  $P(12, -4)$   
 5  $A(0, 9)$  ,  $B(0, 1)$  א. ב.  $C(4, 1)$  ג. הוכחה.

## שאלות מסכמות עם מעגלים:

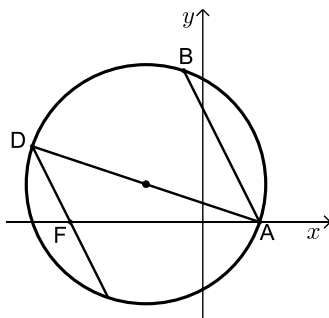
### סיכום כללי:

נושא זה כולל שאלות מסכמות כדוגמת מבחני בגרות משנים קודמות ומשלב את כל הידע הנלמד בפרק זה ובפרק 'הנדסה אנליטית – הישר'.

### שאלות:

1) נתון מעגל שמשוואתו היא  $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 40$ .

הנקודה A היא נקודת החיתוך של המעגל עם חלקו החיובי של ציר ה-x.



א. מצא את שיעורי הנקודה A.

נתונה הנקודה  $B(-1, 8)$ .

ב. הראה כי הנקודה B נמצאת על המעגל.

הנקודה D נמצאת על המעגל כך ש-AD קוטר.

ג. מצא את שיעורי הנקודה D.

דרך הנקודה D העבירו ישר המקביל לישר AB.

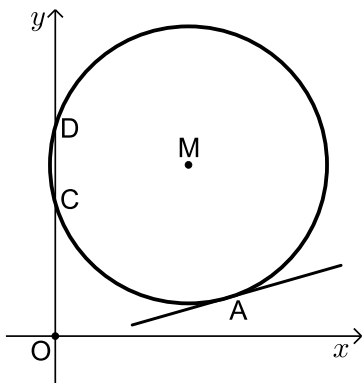
ד. מצא את משוואת הישר שהעבירו.

הישר שאת משוואתו מצאת בסעיף הקודם, חותך את ציר ה-x בנקודה F.

ה. חשב את שטח המשולש ADF.

2) בציר שלפניך נתון המעגל  $(x-7)^2 + (y-9)^2 = R^2$  שמרכזו בנקודה M.

הנקודה  $A(9, 2)$  נמצאת על המעגל. O היא ראשית הצירים.



א. (1) חשב את רדיוס המעגל.

תוכל להשאיר סימן שורש בתשובתך.

(2) כתוב את משוואת המעגל.

המעגל חותך את ציר ה-y בנקודות C ו-D.

מתואר באיור.

ב. מצא את שיעורי הנקודות C ו-D.

דרך הנקודה A העבירו משיק למעגל.

ג. (1) מצא את שיפוע המשיק.

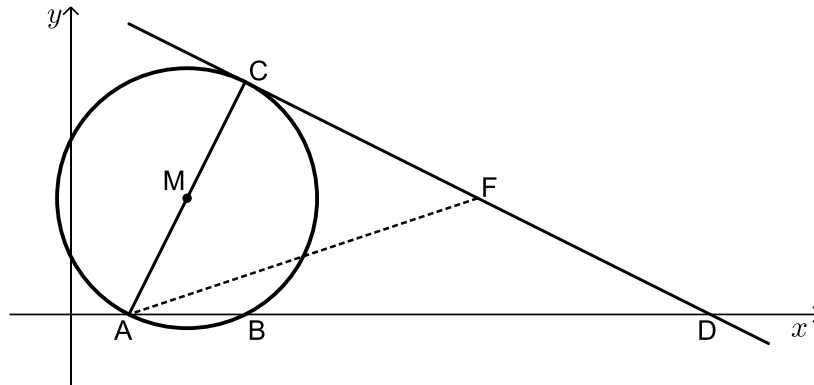
(2) מצא את משוואת המשיק.

(3) האם המשיק עובר בראשית הצירים? נמק.

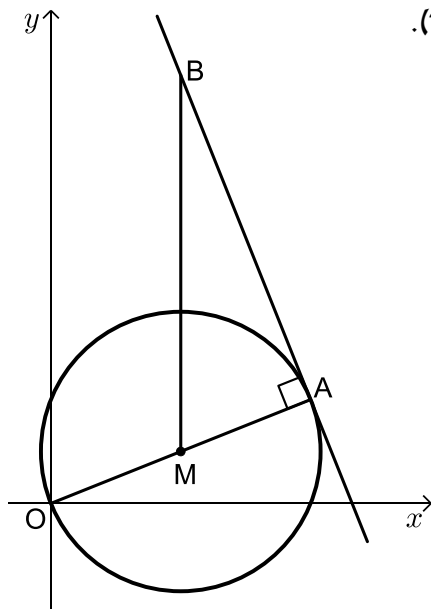
ד. חשב את היקף המרובע AMCO.

בתשובתך השאר שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

- 3 נתון מעגל שמרכזו M ומשוואתו היא:  $(x-4)^2 + (y-4)^2 = 20$ . הנקודות A ו-B הן נקודות החיתוך של המעגל עם ציר ה-x כמתואר בציור.



- א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.  
 הנקודה C נמצאת על המעגל כך ש-AC הוא קוטר במעגל.  
 ב. מצא את שיעורי הנקודה C.  
 ג. מצא את משוואת המשיק למעגל בנקודה C.  
 המשיק, שאת משוואתו מצאת בסעיף ג, חותך את ציר ה-x בנקודה D.  
 הנקודה F היא אמצע הקטע CD. מחברים את הנקודה F עם A.  
 ד. (1) מצא את שיעורי הנקודה F.  
 (2) חשב את שטח המשולש AFD.



- 4 הקטע AO הוא קוטר במעגל שמרכזו M (ראה ציור).  
 O – ראשית הצירים ו-A(10,4).  
 א. (1) מצא את שיעורי הנקודה M.  
 (2) מצא את משוואת המעגל.  
 ב. מצא את שיפוע הקוטר AO.  
 בנקודה A העבירו משיק למעגל.  
 ג. מצא את משוואת המשיק.  
 הנקודה B נמצאת על המשיק כך שהקטע BM מקביל לציר ה-y.  
 ד. (1) מצא את שיעורי הנקודה B.  
 (2) חשב את היקף המשולש AMB.  
 תוכל להשאיר שורשים בתשובתך.

**תשובות סופיות:**

- (1) א.  $A(3,0)$  ב. הוכחה. ג.  $D(-9,4)$  ד.  $y = -2x - 14$   
ה. 20 יח"ש  $S_{ADF}$
- (2) א.  $R = \sqrt{53} \approx 7.28$  יח"א (1) א.  $(x-7)^2 + (y-9)^2 = 53$  (2) ג.  
ב.  $C(0,7)$ ,  $D(0,11)$  ג.  $m = \frac{2}{7}$  (1) ג.  $y = \frac{2}{7}x - \frac{4}{7}$  (2) ג.  
ד. 30.78 יח"א  $P_{AMCO}$  ג. (3) לא.
- (3) א.  $A(2,0)$ ,  $B(6,0)$  ב.  $C(6,8)$  ג.  $y = -\frac{1}{2}x + 11$   
ד.  $F(14,4)$  (1) ד.  $S_{AFD} = 40$  יח"ש (2) ד.
- (4) א.  $M(5,2)$  (1) א.  $(x-5)^2 + (y-2)^2 = 29$  (2) א.  
ב.  $m = \frac{2}{5}$  ג.  $y = -2.5x + 29$  ג.  
ד.  $B(5,16.5)$  (1) ד.  $P_{AMB} = 33.34$  (2) ד.